

Ligne de base et phase

P. Colom, 15 juin 2012

Objet.

Etude de l'influence du positionnement d'une base de 2 antennes sur la phase relative de l'onde. Complément au document *PAON-2_Transit.pdf* envoyé par Jean-Eric.

1/ Cas général

La phase relative entre les deux antennes est fonction de la longueur et de l'orientation de la ligne de base, fonction aussi de l'angle horaire et de la déclinaison de la source et bien sûr de la longueur d'onde.

On applique la relation donnant la phase Φ en fonction des paramètres ([1] p. 468) :

$$\Phi = 2\pi D_\lambda [\sin d \sin \delta + \cos d \cos \delta \cos(H-h)] \quad (\text{Eq. 1})$$

avec D_λ la longueur de la base en unité de longueur d'onde,
 δ et d les déclinaisons de la source et de la ligne de base,
 H et h les angles horaires de la source et de la ligne de base.

2/ Changement de repère

Les mesures locales doivent se projeter dans le repère équatorial, afin d'utiliser les relations aux points 1 et 3.

Dans le repère local, on introduit trois composantes, suivant les directions N-S, W-E et zénith : D_{NS} , D_{EW} et D_a , respectivement.

On note X , Y et Z les longueurs de la base, définies dans le trièdre direct formé par le plan équatorial (direction méridienne pour X , W-E pour Y) et le pôle Nord pour Z .

$$h = -\arctan(Y/X)$$

$$d = \arcsin(Z/D)$$

avec la longueur D de la base :

$$D^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 \quad (\text{repère Equatorial})$$

$$D^2 = D_{EW}^2 + D_{NS}^2 + D_a^2 \quad (\text{repère local})$$

Enfin, on notera que par construction, $D_{EW} = Y$ et que :

$$X = D_a \cos(l) + D_{NS} \sin(l)$$

$$Z = D_a \sin(l) - D_{NS} \cos(l)$$

avec l la latitude du lieu.

3/ Applications

On se concentre sur le cas PAON-2, en fixant la longueur E-W à 12m, la fréquence à 1400 MHz, et on vise une source au méridien du lieu, à 22° de déclinaison (Nébuleuse du Crabe).

On calcule deux cas de figure : sans décalage N-S, puis avec un décalage de 10.7cm en N-S, qui correspond à $\lambda/2$. Le premier cas donne un déphasage nul au méridien exact (Figure 1), comme attendu, car la ligne de base est perpendiculaire à la ligne de visée.

Le deuxième cas induit un décalage de la frange brillante de plus de 50s (Figure 2), avec un $\cos(\Phi)$ proche de 0 au méridien, au lieu de 1.

Les 2 figures indiquent une période de frange > 250s.

On va retrouver la fréquence de frange F_f (=1/période) et le décalage $\Delta\Phi$ de phase / phase attendue en appliquant les équations pp. 91 et 93 [1] :

$$F_f = -\omega_E [X_\lambda \cos\delta \sin H + Y_\lambda \cos\delta \cos H] \quad (\text{Eq. 2})$$

avec ω_E la fréquence angulaire de rotation de la Terre; X_λ , Y_λ et Z_λ les longueurs X, Y et Z de la base en unité de λ .

$$\Delta\Phi = 2\pi [\cos\delta \cos H \Delta X_\lambda - \cos\delta \sin H \Delta Y_\lambda + \sin\delta \Delta Z_\lambda] \quad (\text{Eq. 3})$$

avec ΔX_λ , ΔY_λ , ΔZ_λ les écarts sur les longueurs de la base.

Dans notre cas, la base de 12m en E-W avec décalage N-S de 10.7cm produit une période de frange = 264 s et un déphasage de 77.1° équivalent à un retard de 56.5 s, tout à fait en accord avec ce que l'on voit en figures 1 et 2.

Ce retard est notable, et sa mesure devrait permettre de contraindre fortement tout décalage en N-S, pourvu qu'aucune erreur ne vienne s'ajouter. Or une erreur Δa en altitude de l'antenne provoquera une erreur en X et en Z, s'ajoutant à celle due à Δ_{NS} en Nord-Sud (voir point 2).

On peut simplifier le problème en restant au voisinage du méridien et en posant $H=0$:

On voit que F_f est sensible uniquement à $Y_\lambda \cos\delta$ et que :

$$\Delta\Phi = 2\pi [\cos\delta \Delta X_\lambda + \sin\delta \Delta Z_\lambda]$$

Donc une mesure de $\Delta\Phi$ seule ne permet pas de contraindre les erreurs en X et en Z. Par contre deux mesures avec deux déclinaisons suffisamment différentes devraient permettre d'obtenir ΔX_λ et ΔZ_λ .

Dans ce but, on peut identifier les deux sources brillantes suivantes :

Virgo A : vers $\delta = 12^\circ \Rightarrow \Delta\Phi$ nettement plus sensible à ΔX

Cas A : vers $\delta = 59^\circ \Rightarrow \Delta\Phi$ un peu plus sensible à ΔZ qu'à ΔX

On a vu qu'un décalage Δ_{NS} en Nord-Sud induira un décalage en X ET en Z, de même qu'un décalage Δa en altitude. Ainsi, si l'on veut contraindre Δ_{NS} et Δa , il faudra exprimer le déphasage en fonction de ces 2 paramètres (repère local). Mais du point de vue interférométrie, connaître la base dans le repère équatorial (X, Y, Z) est suffisant.

Conclusion

La mesure de l'instant de la frange brillante et de la période de frange en temps sidéral doit permettre de mesurer la géométrie de la base.

Il faudra utiliser des transits à plusieurs déclinaisons, au moins deux. Mais si l'on pouvait connaître certains paramètres mesurés sur site (repère local), par exemple les hauteurs des paraboles (ou leur décalage en hauteur), cela permettrait sans doute d'obtenir une meilleure détermination de la base, nécessaire si l'on souhaite positionner les mesures de visibilité dans le plan des fréquences spatiales (imagerie).

Référence

[1] Thompson A.R., Moran J.M., Swenson G.W., Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy. 2nd edition, WILEY-VCH Verlag GmbH

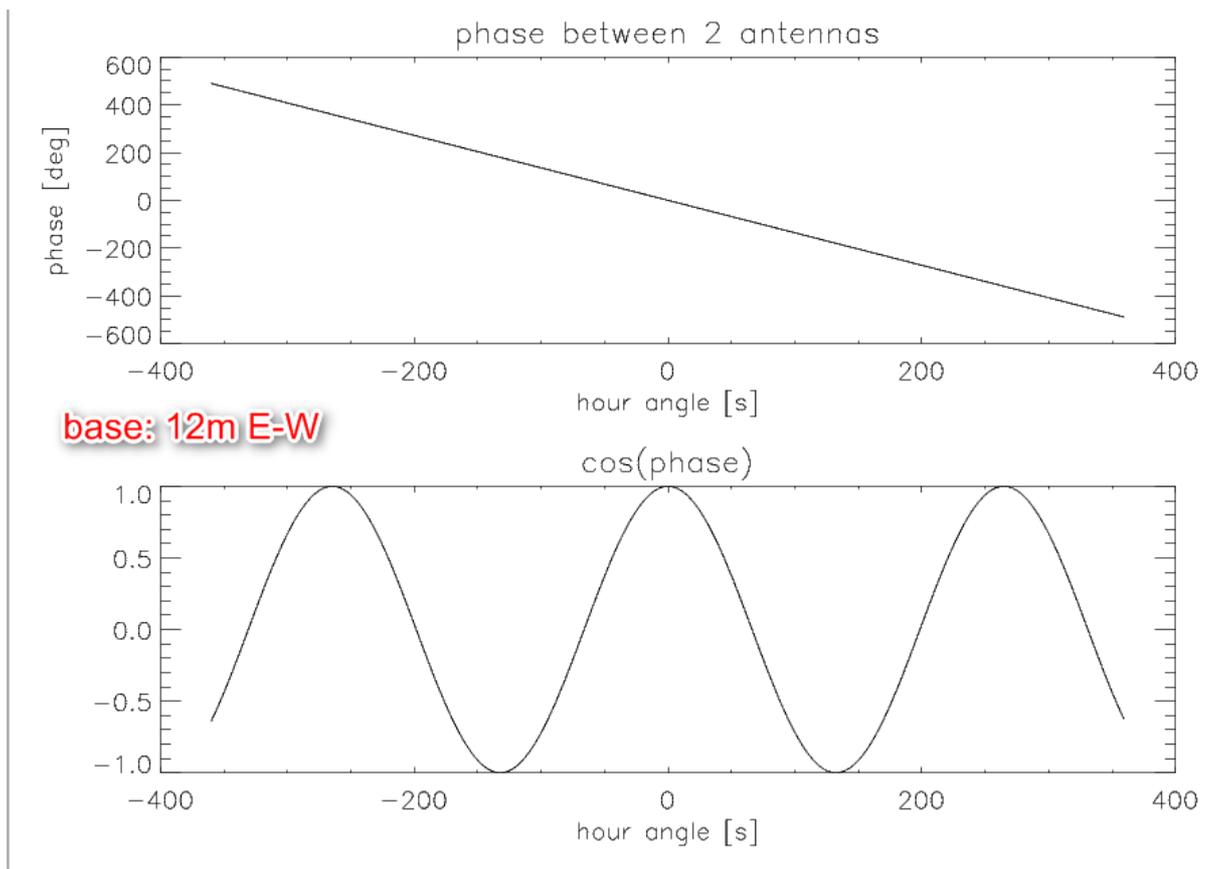


Figure 1. Base de 12m en Est-Ouest. Phase en haut et $\cos(\phi)$ en bas. La phase est nulle au passage exact du méridien. La période du $\cos(\phi)$ est d'environ 260s.

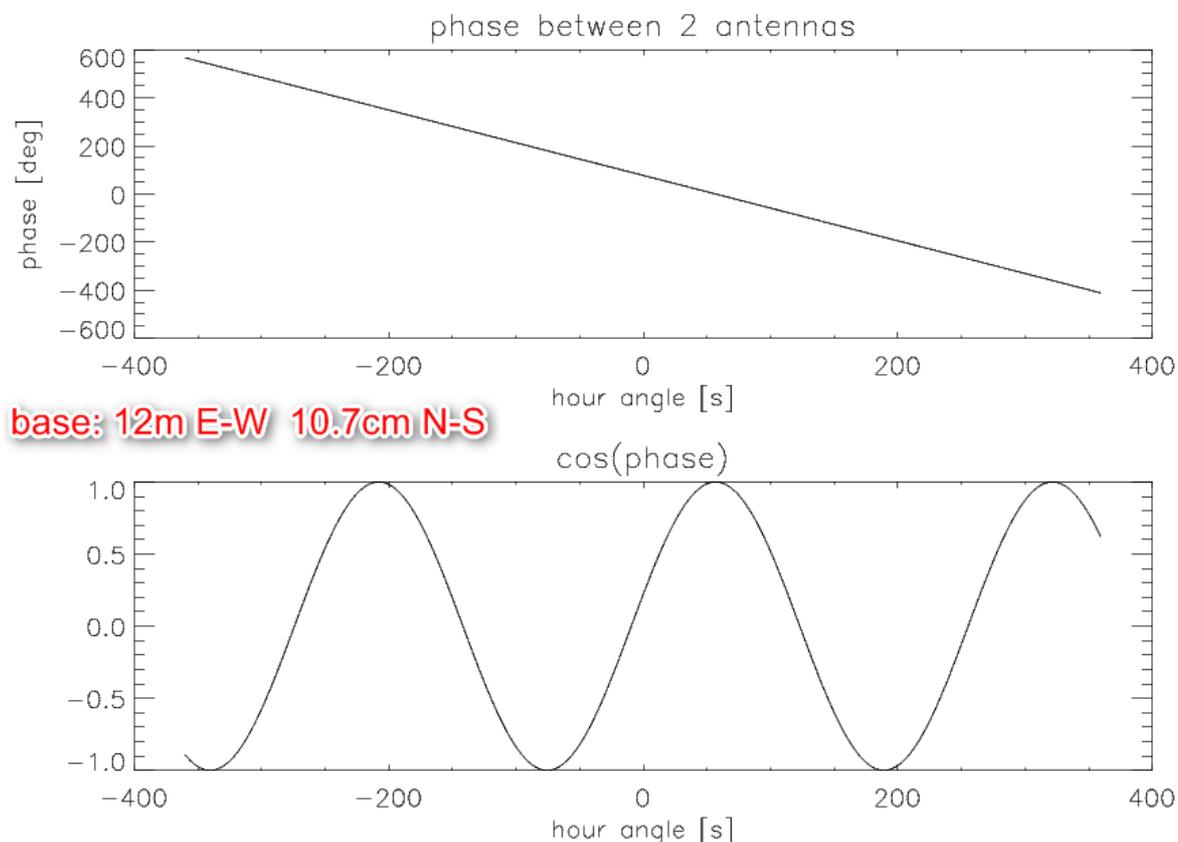


Figure 2. Base de 12m en Est-Ouest, 10.7cm en Nord-Sud. Phase en haut et $\cos(\phi)$ en bas. La phase nulle (donc la frange brillante) est décalée d'un peu plus de 50s.