Projet PSPA
compléments à propos du cas test PHIL

Guy Le Meur

mars 2013

1 préambule

Je développe dans ce qui suit quelques précisions quant au cas test PHIL [1] pour PSPA. Je rappelle que la partie canon-bobine (exclue) est traitée par PARMELA, tandis que la partie bobine-point d'analyse est traité par TRANSPORT (ou éventuellement PARMELA). Je m'intéresse ici l'ajustement (*fit*), par TRANSPORT, de la valeur de champ de la bobine de focalisation aux fins d'obtenir, en un point d'observation situé après le dipôle, à une distance arbitraire, une situation permettant une analyse en énergie. Je considère donc la seconde partie de la ligne, qui comprend :

- la bobine
- un espace libre L_1
- le dipôle
- un second espace libre L_2

2 rappel sur les matrices de tranport

Pour la plupart des dispositifs intervenant dans les accélérateurs, il est possible de développer au premier ordre les équations de mouvements (rapportées à une particule de référence) de sorte que l'état d'une particule courante à la sortie du dispositif se déduise de son état à l'entrée par une simple multiplication matricielle. Plus précisément considérons une particule à l'entrée du dispositif caractérisée par une position x_0 et une divergence x'_0 (dans la direction transverse x). Les mêmes paramètres en sortie (x, x') vérifieront :

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$$

La matrice (2×2) introduite est la matrice du transport. Ainsi le transport d'une particule à travers plusieurs éléments successifs se traduit par une succession de produits matriciels.

1. voir ma note projet PSPA du 24 septembre 2012 : “proposition de cas test : PHIL”

Cette présentation est simplifiée dans la mesure où elle ne prend en compte que la dimension x. En réalité il faut prendre en compte une deuxième dimension transverse y ainsi que la dimension longitudinale. Il en résulte que (toujours au premier ordre) une particule est, en fait, caractérisée par 6 paramètres (x, x', y, y', l,$\delta p/p$). Les deux derniers paramètres sont : la différence de marche, sur la trajectoire, entre la particule courante et la particule de référence ainsi que le défaut d'impulsion (quantité de mouvement) entre les mêmes particules. De sorte que la matrice de transfert au premier ordre est une matrice 6×6.

3 principe du test

Il s'agit de simuler quelque chose comme la préparation d'une mesure de dispersion en énergie. Si on note R la matrice de transport entre l'entrée de la bobine et le point d'observation, la position x d'une particule au point d'observation est :

$$x = R_{11}x_0 + R_{12}x'_0 + R_{13}y_0 + R_{14}y'_0 + R_{15}l + R_{16}(\delta p/p)_0$$

(les indices 0 dénotant les valeurs à l'entrée de la bobine).

L'idéal est que les directions x et y soient bien découplées (les paramètres x et x' ne dépendent pas de ce qui arrive aux paramètres y et y', ce qui est vrai dans un dipôle, un peu moins dans une bobine). Dans ce cas R_{13} et R_{14} sont nuls.

Avec les éléments qui nous intéressent on a aussi $R_{15} = 0$.

Il reste :

$$x = R_{11}x_0 + R_{12}x'_0 + R_{16}(\delta p/p)_0$$

$(\delta p/p)_0$ est ce qu'on veut mesurer. Il faut donc minimiser les deux autres termes. Pour le test on fait l'hypothèse que le champ dans la bobine est un paramètre ajustable. Je vais montrer que, étant donné le dispositif concret, on ne peut pas agir sur R_{12}. Il faut qu'il ne soit pas trop grand et/où que la divergence du faisceau soit petite. Pour obtenir cette dernière condition, on agira, en fait, sur le champ dans la bobine de focalisation de la cellule accélératrice.

Le but de l'ajustement sera donc de régler le champ dans la bobine pour que R_{11} soit nul, de sorte que la postion de la particule soit proportionnelle à son défaut énergie :

$$x \sim R_{16}(\delta p/p)_0$$

Tout cela en l'absence de charge d'espace, laquelle rend impossible le formalisme matriciel (pas de linéarité).

4 la matrice de la bobine

Cette bobine ne peut être simulée, dans TRANSPORT, que par un solénoïde dont la matrice, au premier ordre, est, dans le plan (x,x') :

$$\begin{pmatrix} C^2 & SC/K \\ -KSC & C^2 \end{pmatrix}$$

avec :

- $K = B_0/(2B\rho)$ (B_0 est le champ dans la bobine et $(B\rho)$ est la rigidité magnétique, caractérisant leur énergie).
- $C = \cos(KL)$, L étant la longueur de la bobine.
- $S = \sin(KL)$

Un tel solénoïde imprime une rotation ($\alpha = KL$) globale au faisceau, dans le plan transverse (x,y), qui induit des termes de couplage entre les dimensions x et y, dans la matrice. Nous les avons considérés nuls dans ce qui précède (pour la simplicité de l'exemple). On peut les rendre assez petits pour ne pas avoir à se préoccuper d'un couplage qui contraindrait à considérer des matrices 4×4. En effet, la focalisation de la bobine est principalement caractérisée par le terme de la matrice : $R_{21} = -K.\sin\alpha.\cos\alpha = 1/2.K.\sin(2\alpha)$. On peut donc fixer α (petit) et, pour une focalisation donnée (R_{21}) on en déduit K donc B_0, puis L (par α). Les valeurs trouvées pourront ne pas être réalistes, mais elles suffisent pour un simple cas test.

5 matrice entre la bobine et la sortie du dipôle

Nous allons maintenant considérer la matrice 2×2 de la structure évoquée au début. Concernant la bobine nous allons faire une nouvelle simplification en la considérant comme une lentille mince :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/F & 1 \end{pmatrix}$$

avec $1/F = -KSC$. Cela revient, puisque l'angle est petit, à supposer $C = 1$, et à négliger le terme $R_{12} = SC/K \simeq KL/K \simeq L$. Ce terme représente l'espace libre égal à la longueur de la bobine et peut être inclus dans la matrice de l'espace libre qui suit.

On rappelle que la matrice d'un espace libre de longueur L est :

$$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si nous notons Q la matrice du dipôle, la matrice de transport S depuis l'entrée de la bobine jusqu'à la sortie du dipôle est :

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/F & 1 \end{pmatrix}$$

Tous calculs faits :

$$\begin{aligned} S_{11} &= Q_{11} - (1/F)(L_1.Q_{11} + Q_{12}) \\ S_{21} &= Q_{21} - (1/F)(L_1.Q_{21} + Q_{22}) \\ S_{12} &= L_1.Q_{11} + Q_{12} \\ S_{22} &= L_1.Q_{21} + Q_{22} \end{aligned}$$

6 prise en compte de l'espace libre après le dipôle

Si maintenant on ajoute un espace libre L_2 après l'aimant, la matrice finale R est :

$$\begin{aligned} R_{11} &= S_{11} + L_2.S_{21} \\ R_{21} &= S_{21} \\ R_{12} &= S_{12} + L_2.S_{22} \\ R_{22} &= S_{22} \end{aligned}$$

La partie ajustée de la ligne est représentée par cette matrice R. On constate que, comme je l'ai annoncé, le terme R_{12} (de même que R_{22}) ne dépend pas de la focalisation par la bobine (S_{12} etS_{22} n'en dépendent pas).

7 conclusion : paramètres de faisceau à entrer dans PSPA

7.1 paramètres de faisceau

Tout d'abord, pour effectuer les comparaisons entre PARMELA et TRANSPORT, on choisit de neutraliser la charge d'espace (dans 'paramètres globaux' : periodicity etc. = 0).

Dans un premier temps, pour montrer l'effet de minimisation de la taille du faisceau par l'ajustement, il convient de choisir faisceau avec une faible dispersion en énergie (dans 'rfgun' durée laser inférieure à 1 ps ; la dispersion en énergie est introduite par la cellule, en fonction de la 'longueur temporelle' du faisceau). Les autres paramètres peuvent être ceux de la note citée au début.

7.2 adaptation de la divergence du faisceau à l'entrée de la bobine

Pour obtenir un faisceau à peu près parallèle à l'entré de la bobine il convient de régler le champ de la bobine de focalisation de la cellule. Ce paramètre ne peut pas être ajusté par transport, car ce logiciel n'est pas applicable à cet endroit. Il faut agir sur le paramètre de 'cell' scaling factor for mag. field'. Par tâtonnements, j'ai trouvé 1.025 (ce qui est proche de la valeur 'nominale' 1).

7.3 ajustement

Pour obtenir (entre l'entrée de la bobine et le point d'observation situé à une distance arbitraire de 50 cm) $R_{11} = 0$, la valeur optimum du champ dans la bobine est 1,01993 kG. On peut prendre comme valeur de départ 5 ou 10 kG. On a choisi une longueur de bobine de 3 cm. Dans ces conditions la rotation imprimée au faisceau dans le plan transverse es de 5 degrés, ce qui n'est pas énorme.

On peut montrer, graphiquement, l'état initial de l'enveloppe avec parmela seul, et parmela + transport ; ensuite demander le fit dans ce dernier cas ; relancer un calcul avec le champ trouvé, dans la bobine, avec parmela seul. Il est loisible enfin de faire fonctionner le dispositif en analyseur d'énergie en introduisant une dispersion en energie (constatable sur un histogramme en énergie (par exemple après la cellule) par un allongement de la durée laser. Au point d'observation, l'histogramme en x doit être semblable à l'histogramme en énergie.